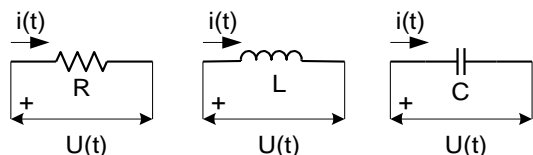


Teorijska pitanja:

P1. Napisati matematičku formulu i iskazati rečima: a) Amperov zakon [2], b) Faradejev zakon elektromagnetne indukcije [2], c) Lorencovu silu [2], d) zakon o konzervaciji magnetskog fluksa [2].

P2. Na otporniku R , kalemu L i kondenzatoru C ,



prikazanim na slici, konstatovan je isti napon

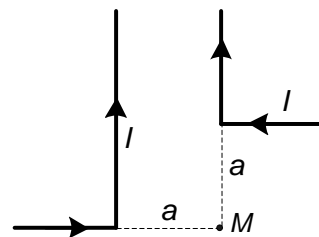
$u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$. Napisati izraze za trenutne vrednosti struje kroz svaku od komponenti [3]. Nacrtati za svaku komponentu posebno fazorski dijagram [3].

P3. Šta je i kada nastupa fazna rezonancija [2]? Nacrtati trougao impedanse i trougao snage i obavezno definisati sve korišćene oznake [2].

P4. Simetrični trofazni potrošač spregnut je u trougao. Kako se menja njegova snaga ako se spregne u zvezdu [2]? Obrazložiti.

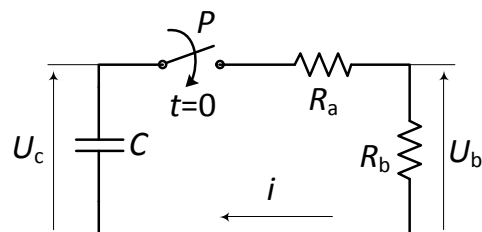
Zadaci:

Z1. Odrediti vektor magnetske indukcije \mathbf{B} [6] u tački M (na slici) u ravni dva tanka, veoma dugačka pravolinijska provodnika sa vremenski konstantnom strujom $I = 1[\text{A}]$. Poznato je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H/m}]$ i $a = 1[\text{cm}]$.



Z2. Opterećeni kondenzator C se zatvaranjem idealnog prekidača P , u trenutku $t=0$, povezuje sa dva redno vezana otpornika R_a i R_b , kao na slici. Odrediti struju kroz kolo $i(t)$ [4] i napon $U_b(t)$ [2] na otporniku R_b tokom prelaznog procesa, za $t \geq 0$. Kolika se energija disipira na otpornicima tokom prelaznog procesa [2]?

Podaci: $U_c(0) = U_0 = 10[\text{V}]$, $R_a = R_b = 1[\text{k}\Omega]$ i $C = 1[\mu\text{F}]$.



Z3. Na idealni prostoperiodični izvor elektromotorne sile $e(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(10^5 t) \text{V}$ redno su povezani otpornik $R = 400\Omega$, kalem induktivnosti $L = 10\text{mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C = 10\text{nF}$. Odrediti trenutne vrednosti struje u kolu [2] i napona na otporniku [1] u ustaljenom stanju. Odrediti aktivnu [1], reaktivnu [1] i prividnu snagu [1] izvora. Koliki je fazni stav između struje i elektromotorne sile izvora [1] i kako se naziva stanje koje je uspostavljeno u kolu [1]?

Z4. a) Rezistansa neke impedanse iznosi $+5\sqrt{3} [\Omega]$, a reaktansa $+5[\Omega]$. Kolika je fazna razlika između fazora napona i struje na ovoj impedansi [2]? Koliki je faktor snage ove impedanse [2]? Ako je efektivna vrednost napona na ovoj impedansi $10[\text{V}]$, kolika je efektivna jačina struje kroz impedansu [2]?

b) Redna veza otpornika i kondenzatora priključena je na idealni naponski prostoperiodični izvor. Kako se menja struja izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora raste [2]? Obavezno obrazložiti odgovor.

Rešenja

P2. $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t) \Rightarrow \bar{U} = U\angle 0. \quad i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U}{R}\sqrt{2}\cos(\omega t).$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{j\omega L} = \frac{1}{\omega L}\bar{U}e^{-j\pi/2} = \frac{U}{\omega L}e^{-j\pi/2} \Rightarrow i_L(t) = \frac{U}{\omega L}\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/2).$$

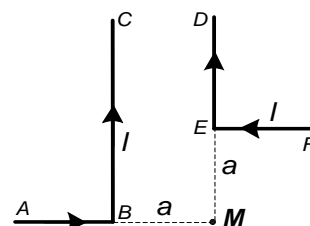
$$\bar{I}_C = j\omega C\bar{U} = \omega C\bar{U}e^{j\pi/2} = \omega CUe^{j\pi/2} \Rightarrow i_C(t) = \omega CU\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2).$$

Z1. Segmenti AB i ED ne daju doprinos indukciji u tački M.

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\sin(\pi/2) - \sin 0] = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}, \text{ smer } \otimes$$

$$B_{FE} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\sin 0 - \sin(-\pi/2)] = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}, \text{ smer } \odot. \text{ Dakle}$$

$$B_M = B_{FE} - B_{BC} = 0.$$



Z2. $u_c(t) = i(t)(R_a + R_b), \quad i(t) = -C \frac{du_c(t)}{dt} \Rightarrow u_c(t) = -C(R_a + R_b) \frac{du_c(t)}{dt}$

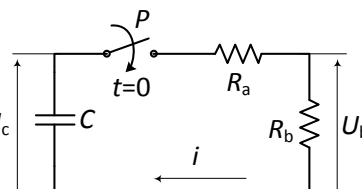
$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{C(R_a + R_b)} u_c(t) = 0, \quad u_{ch}(t) = Ae^{-st}, \quad sAe^{-st} + \frac{Ae^{-st}}{C(R_a + R_b)} = 0$$

$$s = -\frac{1}{C(R_a + R_b)}, \quad u_{ch}(t) = Ae^{-\frac{1}{C(R_a + R_b)}t} = Ae^{-t/\tau}, \quad \tau = C(R_a + R_b) = 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3 = 2ms$$

$$u_c(0) = U_0 = Ae^{-0/\tau} = A, \text{ pa je } u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{C(R_a + R_b)}t} = U_0 \cdot e^{-t/\tau} = 10 \cdot e^{-500t} [\text{V}].$$

Struja $i(t) = -C \frac{du_c(t)}{dt} = -CU_0 \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = \frac{U_0}{R_a + R_b} e^{-t/\tau} = 5e^{-t/\tau} \text{ mA},$ a napon

$$u_b(t) = R_b i(t) = \frac{R_b \cdot U_0}{R_a + R_b} e^{-t/\tau} = 5e^{-500t} \text{ V}. \quad W_J = W_C(0) = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} 10^{-6} \cdot 10^2 = 50 [\mu\text{J}].$$



Z3. $e(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(10^5 t) \text{ V} \Rightarrow \bar{E} = 10\angle 0 \text{ V}.$

$$\bar{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 400 + j(10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-9}}) = 400 + j(10^3 - 10^3) = 400\Omega,$$

$$\bar{I} = \bar{E} / \bar{Z} = 10 / 400 = 25 \text{ mA} \Rightarrow i(t) = 25\sqrt{2} \cos(10^5 t) \text{ mA}, \quad u_R(t) = Ri(t) = 10\sqrt{2} \cos(10^5 t) \text{ V} = e(t)$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 10 \text{ V} \cdot 25 \text{ mA} = 250 \text{ mW} = P + jQ, \Rightarrow P = S = 250 \text{ mW}, \quad Q = 0. \text{ U kolu je nastupila fazna rezonancija jer su ems izvora i struja izvora u fazi.}$$

Z4. a) $\bar{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j\arctg \frac{X}{R}} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2} \cdot e^{j\arctg \frac{5}{5\sqrt{3}}} = \sqrt{100} \cdot e^{j\arctg(1/\sqrt{3})}$

$$\bar{Z} = 10 \cdot e^{j(\pi/6)}. \text{ Fazna razlika } \varphi = \pi/6, \text{ faktor snage } \cos \varphi = \cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2. \quad I = U/Z = 10/10 = 1 \text{ A}.$$

b) Jačina struje izvora, $\bar{I} = \bar{U} / \bar{Z}$, se povećava zbog smanjivanja impedanse kola $\bar{Z} = R - j \frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \cdot e^{-j\arctg(\omega CR)}.$